回路 题解

题目中出现了 $10^{10^{100}}$，这是一个很大的数，说明我们构造的回路可以任意长。

我们考虑找一找性质：如果我们从某个点 s 出发有一条长度为 a 的回路和一条长度为 b 的回路，则我们可以构造出长度为 $ax + by(x, y \geq 0)$ 的回路。

根据裴蜀定理，当 k 充分大（大概是 O(ab)，详见小凯的疑惑）的时候，$ax + by$ 可以取到所有 $k \times \gcd(x, y)$。

所以，以某个点为起点，我们可以构造出的回路是：这个点所在的所有环环长 gcd 的倍数。

考虑如何求出这个值。

我们把这张图缩点，对于每个强连通分量求出它所有回路的 gcd，它是这个强联通分量的每个点为起点的答案。

不难感性理解，以下是证明：

> 只需证明每个点为起点的答案相同即可。
>
> 反证：假设 x 为起点的答案为 a，y 为起点的答案为 b，$a \neq b$。
>
> 因为 x, y 强联通，所以存在 a 到 b 再到 a 的回路，设其长度为 x。
>
> 根据上面的结论，对于任意充分大的 k（严谨表述是：存在 k_0，使得对于任意 $k \geq k_0$），都满足 $a|kb + x, b|ka + x, a|x, b|x$
>
> 所以 $a|kb, b|ka$，取 k 为一足够大的素数即可推出矛盾。

考虑如何求出这个值。我们首先求出一个 dfs 生成树，求出每个点的 dep。

对于非树边 (x, y, w)，我们令 $ans \leftarrow \gcd(ans, dep_x - dep_y + w)$。

当这条边是返祖边的时候 $dep_x - dep_y + w$ 恰好是一个回路的长度，当这条边是横叉边或前向边的时候这个值会与其他回路组合出一个新的回路，因此也贡献正确。

最后，对于每个强联通分量的答案 ans_i，我们依次用扩展欧拉定理求出 $ans_i - 10^{10^{100}} \bmod ans_i$，答案即为其最小值。