出题人仅提供了 T2 的题解

以下设 V 为值域。

首先，我们用在 trie 树刻画操作过程：把这些区间中的数从低位到高位插入 trie 树中，则在这颗 trie 树上 dp 即可求出答案。

显然我们不可能真正将这些数插入。于是我们观察一个区间数的性质。

我们考虑从高位到低位的数位 dp 的过程，则一个区间一定可以划分为 $O(\log V)$ 个区间，其中每个区间都形如“前几位固定，后几位任意选 $0/1$”的形式。

我们用正则表达式刻画这类区间，容易发现是可以刻画的：前几位确定，后几位是 $*$，倒着插入后即为“前几位是 $*$，后几位确定”于是，我们建立正则自动机，在这个自动机上 dp 即可得到答案。

注意到，因为这个正则表达式的特殊性质，我们并不需要跑建立朴素正则自动机的算法。我们考虑这样一个算法来建立自动机：

- 把拆分后得到的 $O(n \log V)$ 个区间按照 $*$ 的长度从大到小排序。排序的目的是防止 $*$ 少的串破坏下文中链状 DAG 的结构。
- 首先，在 trie 上插入一条链状 DAG，形如“1 到 2 有两条边（$0/1$），2 到 3 有两条边（$0/1$）等”，长度为最长连续 $*$ 的长度。
- 然后，每次插入一个串时：
  - 首先跳若干次 $*$。
  - 然后，按照插入 trie 的方式插入。注意到我们为了保证之前插入的部分和现在插入的部分不会组合出新的串，我们需要可持久化的插入方式，即插入时要把当前要走到的节点复制一份再走。

于是就做完了。复杂度 $O(n \log^2 V + q \log V)$。